

Prof. Burkhart Wolff  
wolff@lri.fr

Hugo Mlodecki, Emmanuel Courtoux  
hugo.mlodecki@u-psud.fr, e.courtoux@gmail.com

## TD 8 - Preuve de programmes

Semaine du 16 novembre 2020

### Exercice 1

Dériver les triplets de Hoare suivants en utilisant les règles d'inférence introduites dans le cours. Rappel : toutes les variables sont des entiers.

1.  $\vdash \{x \leq 0\} y := x+2 \{y \leq 2\}$
2.  $\vdash \{x \leq 0\} x := x-1 \{x < 0\}$
3.  $\vdash \{x \geq 0\} \text{WHILE } x \geq 0 \text{ DO } x := x-1 \{x = -1\}$
4.  $\vdash \{a = x \wedge b = y\} a := a + b; b := a - 2*b; a := a * b \{a = x^2 - y^2\}$
5.  $\vdash \{i = 8\} \text{WHILE } i < 5 \text{ DO } i := 2*i \{i \geq 5\}$

### Exercice 2

On considère le programme Prog suivant :

```
IF x > y
THEN max := x
ELSE max := y
```

Quelles sont les pré et post-conditions de ce programme ? Démontrer la validité du triplet de Hoare correspondant.

### Exercice 3

On considère le programme Prog suivant :

```
WHILE y != x DO
  x := x - 1;
  y := y - 2;
```

1. Quelles sont les pré et post-conditions de ce programme ?
2. Quel est l'invariant de la boucle ?
3. Démontrer la validité du triplet de Hoare correspondant à ce programme.
4. Donner un variant pour la boucle WHILE, c'est-à-dire une expression toujours positive et qui décroît strictement à chaque tour de boucle.

#### Exercice 4

On veut prouver que le programme suivant calcule  $X^N$  pour  $N \geq 0$ .

```
S := 1;
P := N;
WHILE P >= 1 DO
  S := S * X;
  P := P - 1;
```

1. Écrire la spécification du programme sous forme de pré et post-conditions.
2. Quel est le triplet de Hoare à prouver ?
3. Trouver un invariant pour la boucle WHILE, puis donner la preuve de la deuxième partie du programme.
4. Donner la preuve de la première partie du programme  $S:=1; P:=N$  pour terminer la preuve du programme.
5. Donner un variant pour la boucle WHILE.