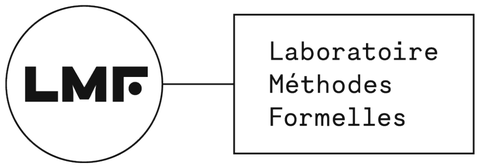


Introduction à la compilation

Polytech'Paris-Saclay– 4ème année –

Bases théoriques des compilateurs: Language Formelles

Burkhart Wolff (& Frederic Voisin)

Bases théoriques des compilateurs: Language Formelles

Burkhart Wolff, (Frederic Voisin)

Contexte

- Des le début de l’informatique après la guerre, la question de (parser, convertir et interpréter) de l’information était une éminence primordiale
- Trouver un moyen de communiquer de manière “humaine” avec les machines de plus en plus puissantes
  - Languages de programmation
    - 1943 : Le “Plankalkül” (Konrad Zuse)
    - 1943 : Le langage de programmation de l'ENIAC
    - 1954 : FORTRAN, le traducteur de formules (FORmula TRANslator), inventé par John Backus et al.
    - 1958 : LISP, spécialisé dans le traitement des listes (LISt Processor), inventé par John McCarthy et al.
    - 1959 : COBOL, spécialisé dans la programmation d'application de gestion (COmmon Business Oriented Language)
    - 1967 : Simula 67, inventé par Nygaard et Dahl comme surcouche d'Algol 60, est le premier langage conçu pour pouvoir intégrer la programmation orientée objet et la simulation par événements discrets.
    - 1969 - 1973 : C, un des premiers langages de programmation système, est développé par Dennis Ritchie et Ken Thompson pour le développement d'Unix aux laboratoires Bell.
    - 1975 : Smalltalk est l'un des premiers langages de programmation à disposer d'un environnement de développement intégré complètement graphique.
    - 1973 : ML (Meta Language) inventé par Robin Milner

Foundations Theoretiques

- 1950 + : Concept de “grammaire” pour décrire un ensemble de “mots” c’est a dire, une “Language” (naturelle ou pas) qui peut être dérivé par la *grammaire*. Les concepts fondateurs était étudié par Noam Chomsky (linguiste) …
- … mais est devenu une branche classique de l’informatique théorique, permettant l’étude des algorithmes d’analyse (parsing) et de synthèse (pretty-printing, par exemple)
- … est toujours de relevance pour la construction de compilateurs et la conception des languages de programmation

Foundations Theoretiques

- Définition : une *grammaire* est un quadruplet $G = (V_t , V_n , P, S)$, où $V_t \cap V_n = \varnothing$
  - V_t est un ensemble fini de symboles dits *terminaux*,
  - V_n est un ensemble fini de symboles dits *non-terminaux*,
  - P est un ensemble fini de règles, notées $\alpha ::= \beta$ avec $\alpha \in A^+$ et $\beta \in A^*$, où $A = V_t \cup V_n$ est l'ensemble des symboles de la grammaire. On impose que α contienne au moins un élément de V_n,
  - $S \in V_n$ est appelé « axiome » de la grammaire.

Foundations Theoretiques

- Definition: Formes Sequentielles *s* est une *forme sequentielle* est une séquence des symboles terminaux et non terminaux, i.e. $s \in (V_t \cup V_n)^*$.
  Une forme sequentielle *s* consistant uniquement des terminaux (i.e. $s \in (V_t)^*$) est nommé un *mot.*

- Definition: Les dérivations d'une forme sequentielle dans une grammaire sur une grammaire (écrit D(G)) sont définit inductivement comme suivant:

  - G = (V_t, V_n, P, S), alors $S \in D(G)$
  - G = (V_t, V_n, P, S) et "$\alpha_1\beta\alpha_2$"$\in D(G)$ et "$\beta ::= \gamma$" $\in P$, alors "$\alpha_1\gamma\alpha_2$"$\in D(G)$. On écrit aussi $\alpha_1\beta\alpha_2 \rightarrow \alpha_1\gamma\alpha_2$

- Definition: Le *language engendré* (généré) par une grammaire G (écrit L(G)) est le sous-ensemble de tous les *mots* dans $D(G)$.

Exemples

- G1 = ({0,1}, {S}, { S ::= 0, S ::= 1}, S)
- G2 = ({a,b}, {S,T}, { S ::= a S, S ::= T, T ::= b T, T ::= ε }, S)
- G2’ = ({a,b}, {S,T}, { S: := a S, S ::= T, T ::= T b, T ::= ε }, S)
- G3 = ({(,),[,]}, {S}, { S ::= (S) S, S::= [S] S, S ::= ε }, S)
- G4 = ({a,b}, {S}, { S ::= a S b, S ::= ε }, S)

Foundations Theoretiques

- Noam Chomsky a introduit une classification des langages, suivant la structure des règles. Il se trouve que ses classes correspondent a la complexité des algorithmes qui décident le problème

$$s \in L(G)$$

(algorithme d'appartenance).

Foundations : Chomsky Hierarchy

- Grammaires de type 0 ” : aucune restriction sur la forme des productions. Cela correspond à la classe des langages dits “ récursivement énumérables ”, pour lesquels on dispose d’un algorithme pour engendrer les mots du langage. Ceci ne veut pas dire qu’on dispose d’un algorithme pour décider si un mot appartient au langage : si le langage a un nombre infini de mots, on ne peut pas se servir de cet énumérateur pour vérifier si le mot cible est ou non dans le langage !

Foundations : Chomsky Hierarchy

- “ Grammaires de type 1” :
  il existe deux caractérisations équivalentes :

  - « Grammaires monotones » : toutes les règles sont “ croissantes ”, de la forme $\alpha ::= \beta$ avec $|\alpha| \leq |\beta|$, en notant $|\ |$ l’opérateur qui renvoie la taille d’une chaîne.

  - « Grammaires avec contexte » : les règles sont de la forme $\gamma X \delta ::= \gamma \beta \delta$ avec $\gamma \in (V_t \cup V_n)^*$, $\beta \in (V_t \cup V_n)^+$ et X un non-terminal : on ne remplace X par β que dans un contexte où l’occurrence de X est encadrée par les chaînes γ et δ qui sont laissées inchangées par la règle. La partie β ne peut être vide donc les grammaires avec contexte sont des cas particuliers de grammaires monotones.

Foundations : Chomsky Hierarchy

- “Grammaires de type 2” (ou “ hors contexte ” ou “ algébriques ”) : la partie gauche de chaque production est réduite à un **unique** non-terminal.

  Pour ces grammaires, il existe deux algorithmes classiques (dus à Coke-Younger-Kasami et Earley) pour décider de l’appartenance,

  - complexité en temps cubique en la taille du mot à reconnaître. Pour des langages de programmation cette complexité est normalement trop élevée

  - On utilisera des méthodes donc normalement des sous-classes de grammaires permettant le reconnaissance en temps linéaire.

Foundations : Chomsky Hierarchy

- “ Grammaires de type 3 ” : c’est une grammaire algébrique dans laquelle chaque partie droite de règle comporte **au plus un non-terminal .**

- Il est alors forcément le symbole **le plus à droite** de la règle (on parle de « **grammaires linéaires droites** ”). On peut être encore plus restrictif et demander qu’il y ait au plus un symbole terminal, quitte à découper une règles en plusieurs règles à l’aide de nouveaux non-terminaux.

- La complexité de reconnaissance est lineare.
  Des algorithmes optimisés permettent de parser des gO de
  donnés dans qq. secondes …

- Les langages qui peuvent être reconnus par automates à états finis
  (et donc décrits par des expressions régulières)

QQ Resultats théoriques

- Type de G si $L(G) = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$?
- Type de G si $L(G) = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$?
- Type de G si $L(G) = \{a^n b^m c^n d^m \mid n,m \in \mathbb{N}\}$?
- Type de G si $L(G) = \{ww \mid w \in V_t^*\}$?
- Type de G_1, G_2 pour lequel on peut décider $L(G_1) = L(G_2)$?
- Type de G pour lequel on a un algorithme qui décide: $w \in L(G)$?

Application: Arithm. Expressions

$P(G_1)$:

```
E::=  E + E
    | E * E
    | ident
    | (E)
```

$P(G_2)$:

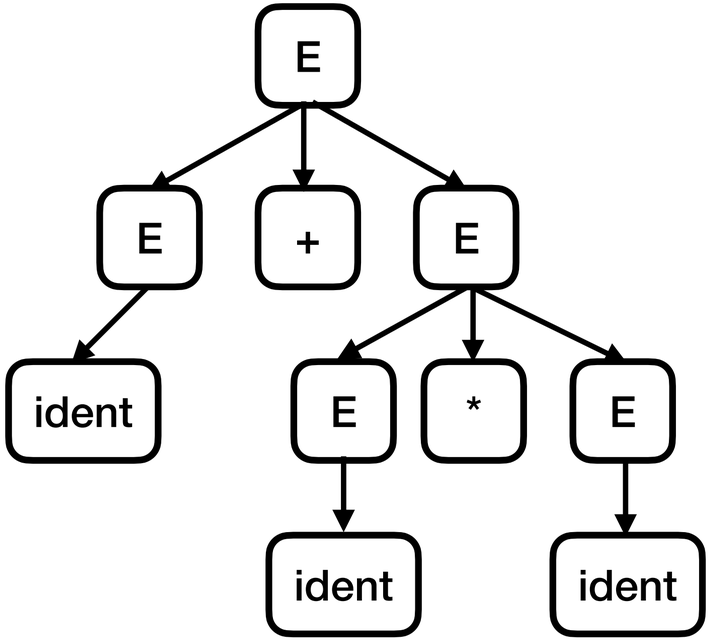
```
E ::= T E'
E'::= + T E'|ε
T ::= F T'
T'::= * F T'|ε
F ::=(E)|ident
```

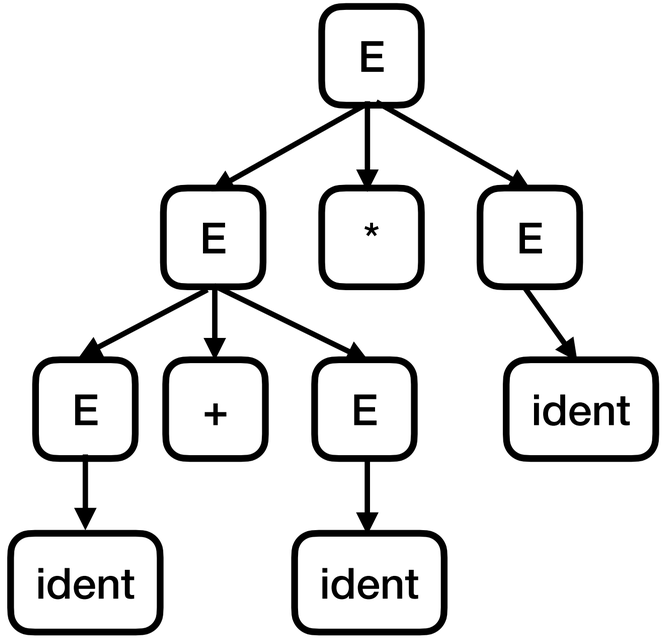
$P(G_3)$

```
E ::= E + T | T
T ::= T * F | F
F ::= (E) | ident
```

Arithm. Expressions Syntax Trees

- Une autre représentation d'une dérivation: arbres syntaxiques … pour G_1

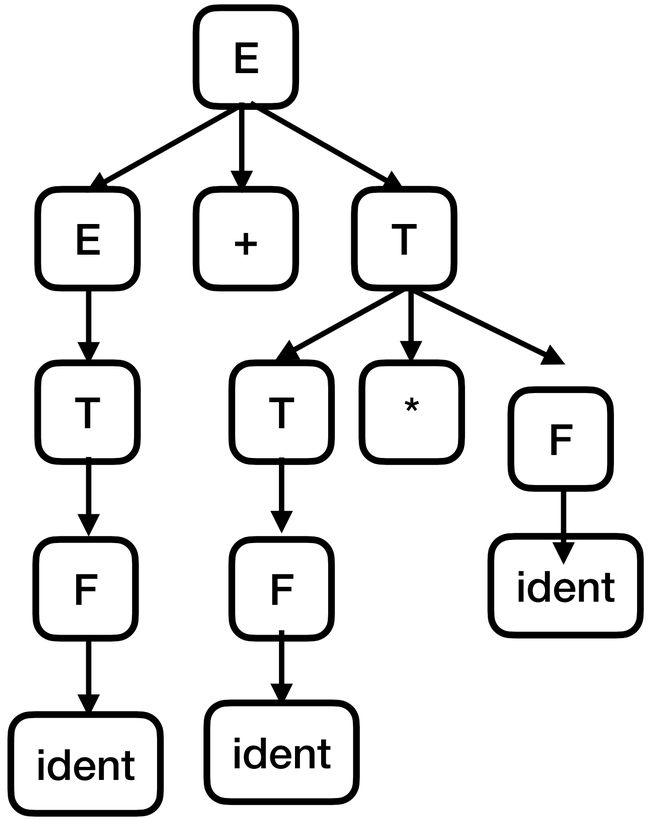




- … la grammaire G_1 est ambigue - ce qu'on veux pas, si on a le choix, dans la conception des langages de programmation … (ca arrive, par contre, dans des langages naturelles et, par exemple, dans des notations mathématiques …-> systèmes de preuves comme Coq, Isabelle,…)

Arithm. Expressions Syntax Trees

- Pour G_3, l'arbre syntaxique pour `ident + ident * ident` donne:



- … compliqué … mais au moins non-ambigue …
  (généralisation ? priorités … associativités a gauche et a droite …)

Application: Arithm. Expressions

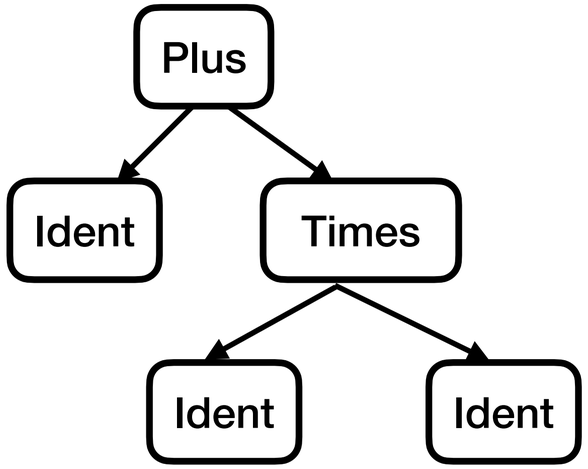
- Une grammaire avec addition, soustraction (meme priorité), multiplication et division (priorité supérieure), exponentiation (priorité maximale):

```
G3':
E::= E + T | E - T | T
T::= T * F | T / F | F
F::= G ^ F | G
G::= ( E ) | ident
```

```
G3'':
E0::= E0 + E1 | E0 - E1 | E1
E1::= E1 * E2 | E1 / E2 | E2
E2::= E3 ^ E2 | E3
E3::= ( E0 )  | ident
```

Application: Arithm. Expressions

- Pour traiter un arbre syntaxique, on a un intérêt de “purifier” la représentation vers une “arbre syntaxique abstraite”:
  - enlever les elements structurants comme parenthèses (et), commentaires …
  - supprimer des non-terminaux représentant de priorité …
  - enlever le “sucre syntaxique” comme “if_then” et “if_then_else” …




```
type expr =
  Id of string
| Plus of expr* expr
| Times of expr* expr
```

“x + y * z”

```
Plus(Id "x",
     Times (Id "y",
            Id "z"))
```

Conclusion

- La théorie des langages syntaxiques est une base théorique pour la construction des compilateurs
- On s'intéresse particulièrement pour les langages type 3 et des langages type 2 déterministes.
- Cela motive la séparation dans une composante "Lexer" (type 3) et "Parser" (type 2), qui génère des arbres syntaxiques
- Le génie de construction des compilateurs exige la construction des arbres syntaxique abstraites (ou d'autres langages intermédiaires dans le processus de compilation